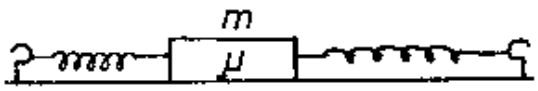
8.52. Az ábrán látható, 50 g tömegű test és a lap között a csúszási súrlódási együttható 0,1, mindkét rugó rugóállandója $50 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$.



a) Mekkora sebességgel ér vissza az egyensúlyi helyzetébe a 10 cm-rel kitérített és elengedett test?

b) Mekkora lesz a test legnagyobb kitérése az egyensúlyi helyzeten történt első áthaladás után?
(Az egyensúlyi helyzetben mindkét rugó feszítetlen, a fonalak vízszintes helyzetűek.)

c) Határozzuk meg a test néhány egymás után következő legnagyobb kitérését! Milyen összefüggés van ezek között?

Megoldás:

8.52. $m = 0{,}05$ kg; $\mu = 0{,}1$.

$D = 2 \cdot 50 \frac{\text{N}}{\text{m}} = 100 \frac{\text{N}}{\text{m}}$; $A_1 = 0{,}1$ m.

a) A test kezdeti rugalmas energiája $\left(\frac{1}{2} D \cdot A_1^2\right)$ az egyensúlyi helyzetig súrlódási munkává $(\mu \cdot m \cdot g \cdot A_1)$ és mozgási energiává alakul át $\left(\frac{1}{2} m \cdot v^2\right)$:

$$\frac{1}{2} D \cdot A_1^2 = \mu \cdot m \cdot g \cdot A_1 + \frac{1}{2} m \cdot v^2 \rightarrow \underline{v} = \sqrt{\frac{D_1 A_1^2 - 2\mu \cdot mg \cdot A_1}{m}} = \underline{\underline{4{,}45 \frac{\text{m}}{\text{s}}}}.$$

b) Átérve az egyensúlyi helyzet másik oldalára, a kitérés legyen A_2. A kezdeti összes rugalmas energia fedezi a súrlódás elleni munkát, és marad $\frac{1}{2} D \cdot A_2^2$ rugalmas energia.

$$\frac{1}{2} D \cdot A_1^2 = \mu \cdot m \cdot g(A_1 + A_2) + \frac{1}{2} D \cdot A_2^2.$$

Átalakítással:

$$\frac{1}{2} D \cdot (A_1^2 - A_2^2) = \mu \cdot m \cdot g(A_1 + A_2)$$

$$\frac{1}{2} D \cdot (A_1 - A_2)(A_1 + A_2) = \mu \cdot m \cdot g(A_1 + A_2), \text{ egyszerűsítve}$$

$$A_1 - A_2 = \frac{2\mu \cdot m \cdot g}{D} = \underline{\underline{\text{állandó} = 0{,}001 \text{ m}}}.$$

Behelyettesítve: $A_2 = 0{,}099 \text{ m} = \underline{\underline{9{,}9 \text{ cm}}}$.

c) A fentiek alapján az egymás utáni kitérések különbsége állandó, számtani sorozatot alkotnak.

$A_1 = 10$ cm; $A_2 = 9{,}9$ cm; $A_3 = 9{,}8$ cm; $A_4 = 9{,}7$ cm.